

Рекунова Ольга Витальевна  
Гамаюнова Татьяна Николаевна

«Проект Научного общества «Музыка и математика в искусстве и науке»

«Настоящая наука и настоящая музыка  
требуют однородного мыслительного процесса».  
Альберт Эйнштейн

Мышление рождается в отношении человека к окружающему миру тогда, когда он задумывается о мире в целом, о сущности бытия и о себе лично через каждый отдельный предмет, явление и процесс. Такой уровень мыследеятельности, уровень вдумчивого и аналитического познания значительно выше предметного и в целом традиционного школьного. Как справедливо отмечал немецкий философ Георг Зиммель «вдумчивое мышление осуществляет личное, а олицетворяет сущее». Именно в этом русле задуман цикл уроков «Форма», «Симметрия», «Пространство», «Структура», «Развитие», «Функция», формирующих представление учащихся о единстве мира на основе всеобщей связи явлений. Названные темы – это проблемы, которые рассматриваются в пространстве разных предметов. Используя типологии интегральности, эвристического диалога и проблемного обучения, происходит разностороннее и разноуровневое осмысление проблемы, приобретаются новые знания, возникают новые смыслы, что в совокупности способствует появлению нового взгляда на уже известные понятия. Появляется тенденция к обобщениям, к «суммированию» отдельных предметных фактов и информации в качественно новое знание о мире. Умение видеть связь между предметами и явлениями, не связанными очевидной связью позволяет развивать новый тип мышления, столь необходимый для учащихся современного поколения.

В контексте этой проблемы был создан проект «Музыка и математика. Представление о функции в искусстве и науке» для учащихся 7 классов МЭЛ.

Истоком замысла проекта явились слова великого композитора Игоря Стравинского «Музыка математична», которые определили концепцию проекта, связанную с осмыслением двух феноменов культуры. Поэтому, целью создания проекта стало выявление математических оснований множественных явлений музыкального искусства и родственности смыслов понятия функции в музыке и математике.

Проект структурировался следующим образом:

- Конференция «О математической «гармонии» музыки»;
- Цикл уроков «Введение понятия функции» в курсе математики 7 класса;
- Конференция «Понятие функции в музыкальном искусстве»;
- Концерт фортепианной музыки учащихся и преподавателей «К вопросу о жанровой функциональности фортепианной музыки»;
- Философский клуб. Заседание Научного общества лицеистов.

*I раздел проекта* – конференция «*О математической «гармонии» музыки*».

*Цель конференции:* рассмотрение исторических аспектов теории и акустики музыки в контексте математических оснований.

Работа конференции предусматривает публичные выступления участников по результатам собственной исследовательской деятельности.

План проведения конференции:

1. Выступление учащегося на тему «*Открытие Пифагора*». Тезисы.

Математическое описание звучания струны музыкального инструмента. Благозвучность как результат сочетания звуков, определенных по длине струн, находящихся в «правильном» численном отношении друг к другу.

2. Выступление учащегося на тему «*Открытие Архита (IV век до н.э.)*» Тезисы.

Сущность высоты тона не в длине струны, не в силе натяжения, а в скорости ее движения. Высота тона или частота колебания струны обратно пропорциональна ее длине.

3. Выступление учащегося на тему «*Математическое основание построения гаммы*». Тезисы.

Рассмотрение октавы как весьма совершенного консонанса. Определенные закономерности строения музыкальной гаммы. Роль пропорциональности.

4. Выступление учащегося на тему «*Математика и искусство дирижирования*». Тезисы.

Рассмотрение вопросов реализации авторского музыкального хоронтопа в искусстве дирижирования.

*II раздел проекта* включает в себя цикл уроков математики и реализован на двух уроках алгебры в 7 классе. Рассматриваемая проблема – «Представление о функции».

На первом уроке понятие функции вводилось через рассмотрение ее в практических жизненных ситуациях.

Пример 1.

«Мы пришли в магазин покупать конфеты, 1 кг которых стоит 150 руб. Сколько денег мы должны заплатить за 2кг? за 5 кг таких же конфет?»

Учащиеся свободно отвечали на эти вопросы, и в ходе беседы с ними формулировался вывод: во сколько раз больше конфет мы купим, во столько же раз больше заплатим денег. Отметим, что количество купленных конфет ни от чего не зависит (произвольно), а сумма заплаченных денег не может быть произвольной, она будет вполне конкретной величиной, зависящей от количества купленных конфет. Если обозначить стоимость конфет буквой  $P$ , а их количество – буквой  $n$ , то зависимость стоимости от количества можно выразить формулой:  $P=150n$ .

Пример 2.

Автомобиль движется со скоростью 60 км\ч. Какой путь он пройдет за 2ч.? за 4 ч., если будет двигаться с той же скоростью?

Учащиеся опять легко отвечали на эти вопросы и определяли пройденный автомобилем путь. Этот путь можно записать формулой:  $S=60t$ . Затем

предлагается вычислить значение пройденного пути при других значениях времени. Следует подчеркнуть, что в данных примерах фигурируют две величины, одна из которых является независимой, а другая зависимая от первой величины.

Далее учащимся было предложено самостоятельно привести примеры из жизни, где прослеживается зависимость между двумя величинами (называется количество дней в зависимости от месяца, температуры воздуха в зависимости от времени суток и др.) и определить, какая величина является независимой, а какая – зависимой.

Вывод: во всякой зависимости есть две величины, одна из которых является независимой переменной и называется аргументом, а другая является зависимой переменной и называется функцией. Таким образом, стоимость покупки является функцией от количества купленного, пройденный путь является функцией от времени, площадь квадрата является функцией от длины его стороны, стоимость проезда является функцией от расстояния и т. д.

*Тема второго урока математики «Линейная функция».*

В начале урока был рассмотрен конкретный жизненный пример: «Предположим, что наряду с конфетами по 150 руб\кг купили ещё пачку печенья за 40 руб. Тогда общая стоимость покупки может быть вычислена по формуле:  $p = 150n + 40$ . Полученное правило или формулу мы будем называть линейной функцией».

Определение:

Функцию вида  $y = kx + m$ , где  $k$  и  $m$  – некоторые числа (коэффициенты) называют линейной функцией. В формуле переменную  $x$  называют независимой переменной или аргументом, а переменную  $y$  – зависимой переменной или функцией.

Подчеркиваем, что здесь термин «функция» употребляется в двух смыслах: им обозначается и сама зависимость определённого рода между двумя переменными и зависимая переменная. Пояснить, что задать функцию – это значит указать способ, позволяющий для любого значения аргумента найти соответствующее значение функции. Учащиеся должны освоить соответствующую терминологию. Постепенно для них должны стать привычными обороты речи типа «площадь квадрата является функцией длины его стороны», «путь, пройденный автомобилем, является функцией от времени его движения».

Далее рассматриваются упражнения, предложенные в задачнике. Например:

- 1 Выразите из линейного уравнения  $2x + 3y = 57$  переменную  $y$  через переменную  $x$  и укажите коэффициенты  $k$  и  $m$ .
- 2 Установите, задаёт ли уравнение  $y = 6 - 4x$  линейную функцию?
- 3 Найдите значение линейной функции при данном значении аргумента:  
 $y = 9x - 7$  при  $x = -2$ .
- 4 Найдите значение аргумента, при котором линейная функция  $y = 5x - 3,5$  принимает значение, равное  $-6,5$ .

Рассматриваются способы задания функции, график линейной функции и отдельные её свойства.

Подведение итога уроков. Рефлексия в форме вопросов-ответов:

1. Какое понятие на этих уроках было введено?
2. Какое ключевое слово заложено в понятие функция?
3. Какие две величины фигурируют в любой функции?
4. Какая функция называется линейной? Приведите примеры.

*III раздел проекта – конференция «Понятие функции в музыкальном искусстве».*

*Цель конференции:* активизировать работу учащихся по формированию научных знаний и навыков исследовательской деятельности.

*План проведения конференции:*

1. Вступительное слово ведущего. Представление о функции в разных сферах жизнедеятельности. Примеры функции. Варианты учащихся.

2. Выступление учащегося на тему *«Из истории вопроса»*. Тезисы.

Использование понятия «функция» в разных областях научных знаний. «Функция» в работах Г. Лейбница и Э. Кассирера. Термин «функция» в музыкальном мире. Функция как базовое понятие классической ладо-гармонической системы. Информация о книге Х. Римана «Учение о тональных функциях аккордов».

3. Выступление учащегося на тему *«Функции устоя и неустоя»*. Тезисы.

Понятие устоя и неустоя. Устой как олицетворение покоя, основы, функция статики. Неустой как стремление, движение, тяготение, напряжение, подчинённость главному элементу. Соотношение устойчивости и неустойчивости как наиболее общая для всех ладовых систем форма функциональных отношений.

4. Выступление учащегося на тему *«Функции ступеней в ладу»*. Тезисы.

Принцип классификации ладов. Лад как «носитель функциональности». Монодический лад – носитель функции «тон-полутон». Гармонический лад – носитель функции аккорда. Представление об абсолютном и относительном устое. Принципы различия неустойчивых ступеней лада (II, IV, VI и VII). Факторы тяготения. Ладовые инварианты мажора и минора. Функция III, VI и VII ступеней. Функции II, IV, VII в инвариантах натурального мажора и минора.

5. Выступление учащегося на тему *«Функции диеза и бемоля»*. Тезисы.

Роль повышения или понижения ступени. Образование самостоятельного нового звука как производного от основной ступени. Понятие о знаках альтерации.

6. Выступление учащегося на тему *«Функции ладо-гармонической системы»*. Тезисы.

Ладовая функция в контексте значения звуков в ладу, отношения их между собой. Зависимость неустойчивых звуков от устойчивых и от основного тона лада. Взаимоотношения аккордов, строящихся на трех основных функциях: I ступень – Тоника (T), IV ступень – Субдоминанта (S), V ступень –

Доминанта (D). Типы функциональных гармонических оборотов: автентический, плагальный, полный.

*IV раздел проекта – концерт фортепианной музыки.*

Учащимся предлагается рассмотреть теоретические вопросы функции в музыкальном искусстве на практике. Концерт включает фортепианные произведения, исполняемые учащимися и преподавателями.

Программа концерта:

1. Вступительное слово «О жанровой функции фортепианной музыки»;
2. А. Шнитке «Марш» из цикла «Фортепианные пьесы для детей»;
3. Э. Григ «Шествие гномов» из цикла «Лирические пьесы»;
4. Ф. Шопен Прелюдия №4 e-moll;
5. Дебюсси «Маленький негритенок»;
6. Л.Бетховен соната №14 «Лунная».

*V раздел проекта – Философский клуб. Заседание Научного общества лицейстов.*

Рассмотрение понятия «функции» в науке (математика) и искусстве (музыка) и обсуждение данной темы учащимися было выведено на другой, обобщенный уровень. Учащимися обсуждался этот вопрос и в других сферах: в биологии и физике, в живописи и архитектуре, а также в быту. Таким образом, учащиеся смогли сопоставить это понятие с разных сторон жизнедеятельности и установить взаимосвязь этих сфер через одно конкретное явление – функция. А умение увидеть связь между предметами и явлениями, которые, на первый взгляд, не связаны очевидной связью, проанализировать информацию, обобщить ее и сделать выводы – есть одно из важных фундаментальных качеств творчества.